

Miniprojet de recherche opérationnelle

A rendre pour le 12 janvier 2020

Les projets sont à effectuer par groupe de trois élèves, et à rendre sur **educnet**, avant le 12 janvier, minuit. Merci de rendre

- Un rapport au format pdf nommé **rapport_GROUPE.pdf**. Ce rapport devra
 - Contenir le numéro du groupe et les noms et prénoms de chacun des élèves
 - être d'une longueur d'*au plus 4 pages* dans une police au moins 11 (*-2 points par page excédentaire*)
- Le fichier **usine_GROUPE.txt** contenant la solution de l'instance **usine.csv** de la partie 2

Dans les noms des deux fichiers, GROUPE est à remplacer par votre numéro de groupe. Merci de respecter la nomenclature et les formats txt et pdf (*-1 point pour ceux qui ne les respectent pas*).

1 Conception d'un réseau de transport de pétrole (5 point)

On considère un champ pétrolier. Ce champ est constitué de quatre puits et d'un centre de traitement. Le transport du pétrole depuis les puits jusqu'au centre de traitement se fait par des tuyaux (pipelines). L'objectif de ce problème est de concevoir le réseau de tuyaux de coût minimum permettant l'acheminement journalier du pétrole. Sur la Figure 1, on voit les quatre puits, le centre de traitement et les tuyaux possibles indiqués par des flèches. Le sens de la flèche indique le sens d'écoulement possible du pétrole dans le tuyau. Le nombre à proximité de la flèche indique le coût d'ouverture du tuyau correspondant (en k\$). Les points identifiés par des lettres correspondent à des branchements possibles de tuyaux. La table 1 fournit les volumes journaliers qui doivent être acheminés.

1. On suppose dans un premier temps que l'on dispose d'un seul type de tuyau, de capacité 200 barils/jour. Trouver un réseau de coût minimum permettant l'acheminement journalier du pétrole. Justifier la réponse proposée.

2. Même question en supposant maintenant que l'on a deux types de tuyau à disposition, le premier type identique à celui de la question 1. et un second de capacité 400 barils/jour, mais de coût de 50% supérieur à celui du premier type. A titre d'exemple, mettre un tuyau du second type entre le point A et le point D coûte 37.5 k\$.

Indication. Il est possible de modéliser ce problème comme un problème linéaire mixte (mêlant variables entières et variables continues).

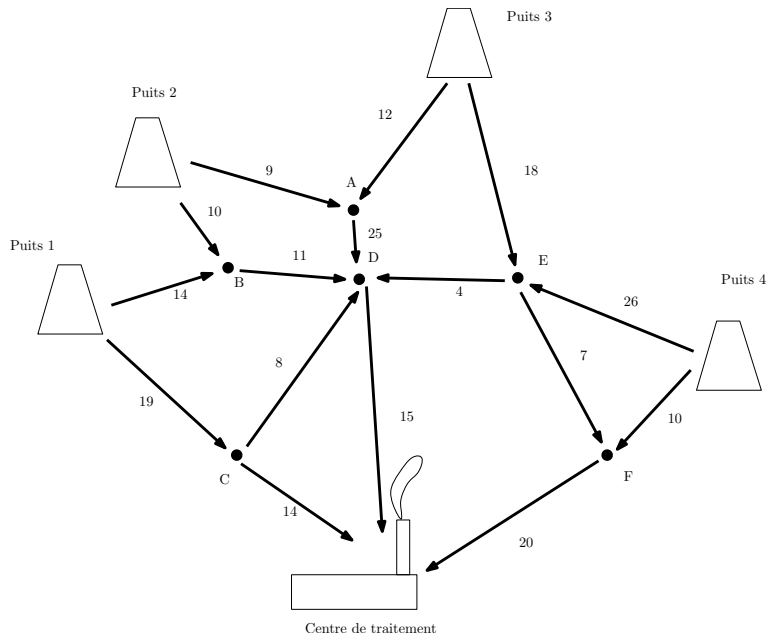


FIGURE 1 – Un champ pétrolier

Puit	volume (barils/jour)
1	205
2	75
3	95
4	195

TABLE 1 – Volumes journaliers

2 Logistique amont d'une usine chez Renault (15 points)

2.1 Problématique métier

Une usine automobile est approvisionnée par plusieurs centaines de fournisseurs. L'acheminement des marchandises depuis les fournisseurs jusqu'à l'usine représente un enjeu économique important. Cet acheminement est organisé par l'entreprise elle-même si le volume est suffisant, ou sous-traité à une entreprise de transport. L'entreprise organise des tournées de camions pour collecter les marchandises des fournisseurs qui ne sont pas sous-traités. L'objectif de ce Hackathon est d'organiser l'approvisionnement d'une usine sur une période de plusieurs semaines connaissant le volume à acheminer chaque semaine.

2.2 Description mathématique

On considère un horizon de H semaines, indexées $s \in \{0, \dots, H - 1\}$. Soit \mathcal{F} l'ensemble des fournisseurs. Chaque semaine, un certain volume doit être acheminé du fournisseur f à l'usine. On note $d_{f,s} \in \mathbb{N}$ le volume qui doit être acheminé du fournisseur f vers l'usine la semaine s .

Pour chaque fournisseur, l'entreprise doit décider si elle sous-traite le transport des marchandises de ce fournisseur, ou l'organise elle-même. Comme il faut plusieurs semaines pour établir un contrat de sous-traitance, le choix de sous-traiter ou non le transport de marchandise depuis un fournisseur restera identique sur toute la durée de l'horizon. On notera x_f la variable binaire égale à 1 si le transport de marchandises depuis le fournisseur f est sous-traité, et 0 sinon.

Si le transport de marchandise depuis f n'est pas sous-traité, alors l'entreprise doit organiser ce transport elle-même avec des tournées de camions. Une tournée de camion commence au dépôt d (unique et identique pour toutes les tournées), visite plusieurs fournisseurs pour charger des marchandises, et rejoint ensuite l'usine u (unique et identique pour toutes les tournées). Une tournée P est donc une séquence

$$d, (f_1, q_{P,f_1}), \dots, (f_k, q_{P,f_k}), u$$

où d, f_1, \dots, f_k, u indique la séquence des fournisseurs visités (dans cet ordre), et q_{P,f_i} indique la quantité le marchandise chargée chez le fournisseur i lors de la tournée P . Une tournée visite un fournisseur au plus une fois. Et le taille d'un camion est Q . L'ensemble des tournées est donc

$$\mathcal{P} = \left\{ P = d, (f_1, q_{P,f_1}), \dots, (f_k, q_{P,f_k}), u : \begin{array}{l} i \neq j \Rightarrow f_i \neq f_j \\ \sum_{i=1}^k q_{P,f_i} \leq Q \end{array} \right\}$$

On note $P \ni f$ le fait que la tournée P visite le fournisseur f .

Les tournées peuvent changer chaque semaine. On note $y_{P,s}$ la variable binaire qui est égale à 1 si la tournée P est réalisée la semaine s et à 0 sinon. Si le transport de marchandise depuis un fournisseur n'est pas sous-traité, alors, chaque semaine s de l'horizon

$\{0, \dots, H-1\}$, les tournées doivent permettre d'acheminer les marchandises depuis l'ensemble des fournisseurs.

$$\sum_{P \in \mathcal{P}: P \ni f} y_{P,s} q_{P,f} = d_{f,s}(1 - x_f), \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall s \in \{0, \dots, H-1\}.$$

Attention, plusieurs tournées peuvent être nécessaires pour acheminer l'intégralité du volume de marchandise $d_{f,s}$ qui doit être envoyé du fournisseur f vers l'usine la semaine s . En d'autres termes, on peut avoir $\sum_{P \ni f} y_{P,s} > 1$.

Par ailleurs, pour assurer la régularité du planning des tournées, les fournisseurs sont regroupés en groupes C , et une tournée ne peut visiter que des fournisseurs du même groupe. Les groupes restent identiques sur toute la durée de l'horizon. L'ensemble des groupes possibles \mathcal{C} est donc

$$\mathcal{C} = \{C \subseteq F: |C| \leq 4\}.$$

On note z_C la variable binaire qui est égale à 1 si le groupe C est choisi et 0 sinon. Un fournisseur qui n'est pas sous-traité appartient à exactement un groupe.

$$\sum_{C \in \mathcal{C}: f \in C} z_C = 1 - x_f, \quad \forall f \in \mathcal{F}$$

On note $P \subseteq C$ le fait que tous les fournisseurs f visités par la tournée P sont dans le groupe C . La contrainte suivant modélise le fait qu'une tournée ne peut être choisie que si tous ses fournisseurs appartiennent au même groupe.

$$y_{P,s} \leq \sum_{C \in \mathcal{C}: P \subseteq C} z_C, \quad \forall P \in \mathcal{P}, \forall s \in \{0, \dots, H-1\}$$

Sous-traiter le transport de marchandise depuis le fournisseur f coûte $c_f \in \mathbb{N}$.

Pour chaque fournisseur f , on note les coûts $c_{d,f}$ et $c_{f,u}$ encourus lorsque l'on commence une tournée par f ou termine une tournée par f . Pour toute paire de fournisseurs f_1 et f_2 , on c_{f_1,f_2} encouru lorsque f_2 est visité juste après f_1 dans une tournée. Le coût c_{df} inclue le coût du trajet de d à f et le coût d'utilisation d'un camion pour une tournée. Le coût c_{f_1,f_2} inclue le coût du trajet de f_1 à f_2 , et le coût lié à l'arrêt du camion en f_1 . Enfin, $c_{f,u}$ contient le coût du trajet de f à u , le coût d'arrêt en f , et le coût de déchargement en u . Ces coûts ne dépendent pas des volumes chargés et déchargés. Le coût d'une tournée $P = d, (f_1, q_{P,f_1}), \dots, (f_k, q_{P,f_k}), u$ est

$$c_P = c_{d,f_1} + c_{f_k,u} + \sum_{i=2}^k c_{f_{i-1},f_i}.$$

Le problème consiste à trouver une solution d'approvisionnement de l'usine de coût mi-

nimum. Il peut être résumé par le programme linéaire en nombres entiers suivant.

$$\begin{aligned}
\min_{x,y,z} \quad & \sum_{f \in \mathcal{F}} c_f x_f + \sum_{P \in \mathcal{P}} \sum_{s \in \{0, \dots, H-1\}} c_P y_{P,s} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{P \in \mathcal{P}: P \ni f} y_{P,s} q_{P,f} = d_{f,s} (1 - x_f), \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall s \in \{0, \dots, H-1\} \\
& \sum_{C \in \mathcal{C}: f \in C} z_C = 1 - x_f, \quad \forall f \in \mathcal{F} \\
& y_{P,s} \leq \sum_{C \in \mathcal{C}: P \subseteq C} z_C, \quad \forall P \in \mathcal{P}, \forall s \in \{0, \dots, H-1\} \\
& x_f \in \{0, 1\} \quad \forall f \in \mathcal{F} \\
& y_{P,s} \in \{0, 1\} \quad \forall P \in \mathcal{P}, \forall s \in \{0, \dots, H-1\} \\
& z_C \in \{0, 1\} \quad \forall C \in \mathcal{C}
\end{aligned}$$

Les coordonnées géographiques des fournisseurs vous seront fournies. Elles n'interviennent pas directement dans la définition du problème, même si elles sont liées aux coûts des trajets.

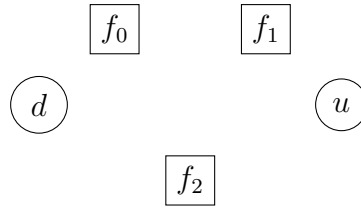


FIGURE 2 – Exemple d’instance

2.3 Format des instances et des solutions

Il vous est fourni un fichier d’instance au format `csv` décrivant les fournisseurs, leurs coûts de sous-traitance γ_f et leurs demandes d_{fs} , et leurs coûts, ainsi que les coûts c_{uf} , c_{f_1, f_2} , et c_{fd} intervenant dans les tournées. Voici un exemple de fichier `instance.csv` correspondant à l’instance illustrée sur la Figure 2.

```

Q 25 F 3 H 2
d 3 g 7.19202531049377 43.6941653779234
u 4 g 7.20428663877465 43.6733786628266
f 0 g 100 q 40 10 g 7.21883235510896 43.6723040549936
f 1 g 120 q 5 30 g 7.2598244544565 43.7033739867519
f 2 g 20 q 4 8 g 7.29900034218408 43.6990926922731
a 0 0 c 0
a 0 1 c 3
a 0 2 c 4
a 0 3 c 0
a 0 4 c 5
a 1 0 c 3
a 1 1 c 0
a 1 2 c 4
a 1 3 c 0
a 1 4 c 3
a 2 0 c 4
a 2 1 c 4
a 2 2 c 0
a 2 3 c 0
a 2 4 c 4
a 3 0 c 12
a 3 1 c 14
a 3 2 c 13
a 3 3 c 0
a 3 4 c 4
a 4 0 c 0
a 4 1 c 0
a 4 2 c 0
a 4 3 c 0

```

Les fournisseurs, le dépôt, et l'usine sont indexés par $\{0, 1, \dots, |\mathcal{F}| + 1\}$.

La première ligne commence par la lettre **Q** suivie de la taille Q des camions, puis contient la lettre **F** suivie du nombre de fournisseurs $|\mathcal{F}|$, puis la lettre **H** suivie du nombre de semaines H dans l'horizon.

La ligne suivante commence par la lettre **d** suivie de l'index du sommet correspondant au dépôt, puis de la lettre **g** suivie des coordonnées GPS du dépôt. La ligne suivante commence par la lettre **u** suivie de l'index du sommet correspondant à l'usine, puis de la lettre **g** suivie des coordonnées GPS de l'usine.

Le fichier contient ensuite $|\mathcal{F}|$ lignes qui commencent par **f** et correspondent chacune un fournisseur. Juste après **f** vient l'index du fournisseur f , ensuite la lettre **g** suivi du coût γ_f de sous-traitance de f , puis la lettre **q** suivie des volumes $d_{f,s}$ pour chaque semaine, et enfin la lettre **g** suivie des coordonnées GPS du fournisseur. Le fournisseur 0 a un coût de sous-traitance 100, et fournit un volume de marchandise 40 la première semaine et 10 la seconde.

Le fichier se termine par des lignes qui commencent par **a** et donnent, pour toute paire (v_1, v_2) dans $(\{u, d\} \cup \mathcal{F})$, l'index de v_1 , puis l'index de v_2 , et enfin **c** suivi du coût $c_{v_1 v_2}$.

Notre exemple contient trois fournisseurs, sur un horizon de deux semaines. Le dépôt est le sommet 3 et l'usine le sommet 4. Le coût d'un trajet du fournisseur 1 au fournisseur 2 est 4. Remarquez que les coûts $c_{d,f}$ des arcs depuis le dépôt d sont élevés : ils contiennent un coût fixe lié à l'utilisation du camion.

Notez que les coordonnées GPS n'interviennent pas dans la définition de l'instance, mais pourrait être utilisées dans des heuristiques ou pour visualiser une solution.

La sortie attendue est un fichier `.txt` par usine. Chaque fichier encode une solution et est au format suivant. La première ligne commence par **x** en indique le nombre de fournisseurs sous-traités, suivis de **f**, puis des identifiants des fournisseurs sous-traités. La seconde ligne commence par **y** puis indique le nombre de tournées. La troisième ligne commence par **z** et indique le nombre de groupes. Il y a ensuite une ligne pour chaque groupe. Ces lignes commencent par **C**, suivi de l'identifiant du groupe, puis **n** suivi du nombre de fournisseurs dans le groupe, puis **f** suivi des identifiants des fournisseurs dans le groupe. Enfin, il y a une ligne par tournée. Ces lignes commencent par **P** suivi de l'identifiant de la tournée, puis **g** suivi de l'identifiant du groupe de la tournée, puis **s** suivi de la semaine de la tournée, puis **n** suivi du nombre de fournisseurs dans la tournée, et enfin **f**, suivi de l'index des fournisseurs de la tournée pris dans l'ordre de la tournée.

Attention la numérotation des semaines, tout comme celle des groupes et des fournisseurs, commence à 0. Les identifiants des tournées servent uniquement à vous retourner des messages d'erreurs éventuels.

Voici une solution pour l'exemple de la Figure 2. Le fournisseur 2 est sous-traité et la solution comporte un seul groupe. La tournée 2 de cette solution est illustrée sur la Figure 3.

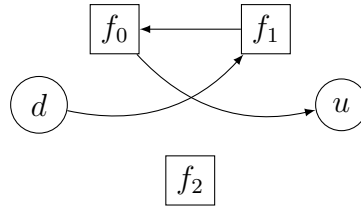


FIGURE 3 – Exemple de tournée

```

x 1 f 2
y 4
z 1
C 0 n 2 f 0 1
P 0 g 0 s 0 n 2 f 0 20 f 1 5
P 1 g 0 s 0 n 1 f 0 20
P 2 g 0 s 1 n 1 f 1 20
P 3 g 0 s 1 n 2 f 1 10 f 0 10
  
```

Une autre solution sans fournisseur sous-traité et à deux groupes est

```

x 0 f
y 6
z 2
C 0 n 1 f 0
C 1 n 2 f 1 2
P 0 g 0 s 0 n 1 f 0 25
P 1 g 0 s 0 n 1 f 0 15
P 2 g 0 s 1 n 1 f 0 10
P 3 g 1 s 0 n 2 f 2 4 f 1 5
P 4 g 1 s 1 n 2 f 1 17 f 2 8
P 5 g 1 s 1 n 1 f 1 13
  
```

2.4 Ce qui est demandé

Par une/des stratégie(s) de votre choix, proposer pour chaque instance une solution.

- Vous rendrez un fichier au format voulu donnant votre solution pour l'instance `usine.csv` fournie.
- La qualité des stratégies de résolution utilisées et de leur présentation dans le rapport sera notée sur *9 points*.
 - Qualité de l'approche fournie (5 points)
 - Prouver tout résultat intéressant sur ces approches (exactitude, complexité, etc.).
 - La rigueur et la qualité de la rédaction seront particulièrement prises en compte. (4 points)

- Les algorithmes doivent être fournis de manière lisible (<https://en.wikipedia.org/wiki/Pseudocode>)
- Pour les résultats numériques, fournir les coûts des solutions, leur optimalité / gap.
- Les résultats numériques doivent être présentés de manière lisible (tableau, figure légendée).
- La qualité des solutions fournies sera notée sur *6 points*.
- Le score d'une équipe est la somme des coûts des solutions proposées pour chaque instance. Les équipes seront classées par score (l'équipe avec le score le plus faible aura la meilleure note). Sur les 6 points, 4 seront liés au classement. (4 points + 2 points bonus pour le premier groupe, 4 points + 1 points bonus pour le second, 4 points le troisième groupe, 3 points pour ceux qui sont dans le premier quart, 2 pour ceux qui sont dans le deuxième quart, 1 point pour ceux qui sont dans le troisième quart, et 0 pour les autres).